فن الرياضيات ورياضيات الفن ..
جسرٌ بين الجمال والتجريد

ليانا جابر

" لا فن دون رياضيات " .... لوكا باتشيولي

ارتبطت الرياضيات منذ الأزل بالطبيعة والجمال والتناسق، فكما قال الفيثاغوريون إن كل شيء مرتب وفق العدد، وكما نادى آخرون أن جوهر الحقيقة الفيزيائية مرتبط بالعدد، وأن الجمال قائم على ركائز حسابية.[1]

كنا وما زلنا نتحدث حول أهمية التكاملية بين المعارف والمواضيع الدراسية التي تدرس، وتحدثنا كثيراً عن التعلم ذي المعنى والتعلم في السياقات الأصيلة. وأشرنا إلى أن المعارف في طبيعتها الخام هي معارف متصلة، لا ينبغي التصنع في عزلها وفصلها وتبويبها.

كثيراً ما نقرأ ضمن الأهداف العامة في تدريس أي منهاج رياضي "إبراز النواحي الجمالية في تعليم الرياضيات"، ولكن يبقى هذا الهدف فضفاضاً مرناً في أذهان الكثيرين، ويصعب على البعض رؤية الترجمة الفعلية لهذا الهدف داخل صفحات الكتب الدراسية.

سنتعمق هنا في جانب الفنون والرياضيات، فمن جهة سنرى البعد الرياضي في الفن، وسنرى اللمسة الفنية في الرياضيات. فالتكامل بين المواضيع لا يقتصر على ربط الرياضيات بالعلوم الطبيعية والإنسانية وباللغات، وإنما أيضاً بالفنون.

تتناول هذه المقالة العلاقة بين الرياضيات والفنون على مستويين، يتناول المستوى الأول جمالية الرياضيات بأعدادها وأنماطها، والعلاقة بين الرياضيات والتناسق والجمال، أما المستوى الثاني فيلقي الضوء على تلك التقاطعات بين الرياضيات والفنون، ويقدم بعض السياقات التي يمكن تطبيقها داخل غرفة الصف في مراحل مختلفة.

لماذا الربط مع الفنون؟

لطالما دعت المعايير العالمية في مجال تعليم الرياضيات إلى ضرورة إيجاد ترابطات للرياضيات مع مجالات أخرى خارج الرياضيات، وفي مقدمتها المنظمة القومية لمعلمي الرياضيات، ضمن وثيقتها لمبادئ ومعايير الرياضيات (NCTM, 2000).

وفي عودة إلى الذكاءات المتعددة: حسب نظرية هاورد جاردنر، نرى أن الذكاء لا يقتصر على الذكاء الرياضي المنطقي فحسب، كما يتبادر إلى أذهان الكثيرين، وإنما يمتد ليشمل أنواعاً أخرى، منها الذكاء اللغوي، والجسمي الحركي، والطبيعي، والذاتي، والاجتماعي، والفراغي، والموسيقي، لذا من الضروري توظيف المجالات المختلفة التي تستحث ذكاءات مختلفة داخل الموضوع الدراسي الواحد، ومنه التصور الفراغي، والحس الموسيقي، وبالتالي قد تسهم أنواع أخرى من الذكاء كالذكاء الموسيقي في تنمية الجانب الرياضي عند الطالب عندما تصبح المادة ضمن ميوله واهتمامه.

إن إدراك جمال الرياضيات، وما للرياضيات من قدرة تكوين أنماط وتناسقات وعجائب، تجعل الرياضيات ليست مادة معرفية تركز على المجردات والنظريات والقوانين فحسب، بل موضوع حيوي ومحبب، ومثير للبحث والفضول. كما أن دمج مواضيع الرياضيات بالسياقات الفنية يساهم في إعطاء المعاني لبعض المواضيع الرياضية، ما يجعل تعلمها مبرراً ومحبباً عند الطالب، ويزيد من دافعية الطالب الداخلية نحو هذا التعلم.

الرياضيات والفن ضمن مستويين

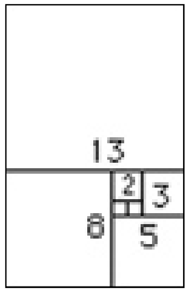
كما سبق، سأتناول العلاقة بين الرياضيات والفن ضمن مستويين هما:

المستوى الأول:

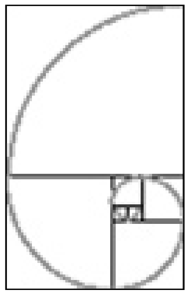
أ) جمال الرياضيات
متتالية فيبوناتشي والنسبة الذهبية (The Golden Ratio):

تتألف متتالية فيبوناتشي من الأرقام التالية: 1، 1، 2، 3، 5، 8، 13، 21، 34، 55، . . . ونعرِّف متتالية فيبوناتشي، في شكل مبسَّط، بأنها متتالية الأرقام التي ينتج كلّ رقم فيها عن مجموع الرقمين السابقين له، والتي حداها الأولان يساويان الواحد، ويقال إن دراسة توالد الأرانب

وفق هذه المتتالية هو الذي أدى إلى اكتشافها.



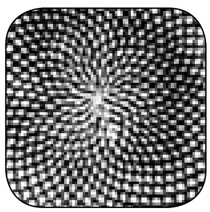
أما النسبة الذهبية (Golden Ratio) وقيمتها التقريبية (1.618038)، فهي في شكل مبسَّط الطريقة الأكثر منطقية للقسمة غير المتناظرة، أي للقسمة إلى غير النصفين. فإذا كان لدينا طول قابل للقياس AC، فالنسبة الذهبية تمثل قسمته إلى طولين غير متساويين AB وBC، بحيث تكون نسبة الجزء الأكبر إلى الجزء الأصغر تساوي النسبة بين القطعة كلها AC وبين الجزء الأكبر، أي A÷B = A + B÷A. ويمكن الحصول عليها من متتالية فيبوناتشي من خلال قسمة عددين متتاليين في المتتالية، حيث تقترب هذه النسبة من النسبة الذهبية كلما تقدمنا في المتتالية (1÷1=1، 2÷1=2، 3÷2=1.5، 5÷3=1.666^0000^، 8÷5=1.6، 13÷8= 1.625، 8÷13 = 1.61538، . . .). أما مستطيل فيبوناتشي فهو طريقة لتمثيل متتالية فيبوناتشي هندسياً، إذ نستطيع أن نحصل على متتالية فيبوناتشي إذا رسمنا مربعين متجاورين طول الضلع فيهما وحدة واحدة، ثم رسمنا مربعاً طول ضلعه 2 وحدة (1+1)، بحيث يكون منشأ على مربعين متجاورين، ثم نرسم مربعاً طول ضلعه 3 وحدات (1+2) منشأً على المربعين السابقين، . . . وهكذا، لاحظ الشكل أعلاه.



وإذا رسمنا ربع دائرة في كل مربع على الترتيب، ينشأ عندنا شكل لولبي (حلزوني)، انظر الشكل المقابل. نلاحظ أن الشكل اللولبي المصنوع في مربعات المستطيل الذهبي تصنع خطوطاً من المركز تتزايد بمعامل النسبة الذهبية، أي أن النقاط على اللولب تكون على بعد 1.618 مرة عن المركز بعد ربع دورة.[2]

تظهر متتالية فيبوناتشي أن هناك أشياء في الطبيعة تخضع لقوانين التناسق، وقد لوحظ في مجالات شتى أن الأشياء الجميلة تتناسب في قياساتها بنسب معينة لتكون بهذا الجمال، وقد انطبق ذلك في مجالات شتى، في فن العمارة، وفي الرسم، وفي النباتات والحيوانات وغير ذلك، وسنأتي على ذكر بعضها على سبيل المثال لا الحصر.[3]

يمكن رؤية الشكل اللولبي بمثل هذا التناسب في أشياء كثيرة في الطبيعة مثل القواقع، والحلزونات، والصدف البحري، وترتيب البذور في بعض النباتات الزهرية. كما أن المخاريط الصنوبرية تشكل حلزونين يلتفان يساراً ويميناً وفق متتالية أعداد فيبوناتشي،



أيضاً في الأناناس 5 حلزونات مباشرة و8 معاكسة، وفي زهرة اللؤلؤ والبابونج 21 و34، وفي عبَّاد الشمس 34 و55، ويمكن أن تصل فيها إلى 55 و89.

اعتمد كثير من الفنانين في رسوماتهم على النسبة الذهبية، فعلى سبيل المثال كانت طريقة دافنتشي التشكيلية، أن يقسم اللوحة أولاً إلى تناسبات ذهبية، ويبني من بعدُ الظلال والأنوار وفقها، ويوجِّه الحركات والنظرات مع تناسباتها، وتحدثنا الموناليزا عن هذا الشيء الكثير.

كما تبرز النسبة الذهبية في التناسب الطولي للإنسان. فنسبة طول الإنسان إلى ارتفاع سرته عن الأرض تساوي أو تقارب كثيراً النسبة الذهبية. وقد بيَّنَتْ الدراسات الإحصائية صحة هذه النسبة في معظم التماثيل اليونانية القديمة.

ويتصف المستطيل الذهبي بخواص مدهشة لما له من تأثير على الحسِّ الجمالي عند الإنسان. وهو يُعَدُّ قاعدة العمارة الأولى عند القدماء. وقد وُجدَ في أبنية كثيرة عند الحضارات القديمة مثل اليونان. كما أن أهرامات مصر بنيت وفق تناسبات تتعلق بالنسبة الذهبية ومتتالية فيبوناتشي.

لقد تجاوزت الرياضيات اليوم مجرد كونها حقلاً للقياس أو للتطبيق الفيزيائي، كما تجاوزت المنهج الذي يقوم على النظرية والبرهان، بل تعدت ذلك لتربط تلك النظريات والمعارف الرياضية والتناسبات بقوانين الجمال وخصائصه، لتعطي للجمال ركيزة رياضية، ولتنفخ في الرياضيات روحاً جمالية، فإذا كانت الرياضيات بتناسباتها وأنساقها هي جمال، والجمال هو فن، تصبح الرياضيات فناً لا محالة . . . .

ب) جمال الأرقام
أليس في الأرقام سحرٌ وجمالٌ، كيف؟

لقد اعتدنا أن تكون الأعداد لغةً ووسيطاً، بها نعد، وبها نحسب، وبها نعبر عن الكميات، وحاجتنا إليها لا تقل عن حاجتنا إلى اللغة والحروف والكلام. ولكن ثمة وظيفة أخرى يمكن أن تؤديها هذه الأرقام، وهي وظيفة تذوقية وجمالية، وذلك بأن تمارس سحرها الخاص، بأنماطها المدهشة (Posamentier, 2003)، دعونا نظر إلى النماذج التالية التي اعتدنا أن نراها هنا وهناك، وبين الفينة والأخرى، فنتوقف عندها، ونتعجب، ونتذوق، ونفكر. . . .

$$1 \times 8 + 1 = 9$$
$$12 \times 8 + 2 = 98$$
$$123 \times 8 + 3 = 987$$
$$1234 \times 8 + 4 = 9876$$
$$12345 \times 8 + 5 = 98765$$
$$123456 \times 8 + 6 = 987654$$
$$1234567 \times 8 + 7 = 9876543$$
$$12345678 \times 8 + 8 = 98765432$$
$$123456789 \times 8 + 9 = 987654321$$

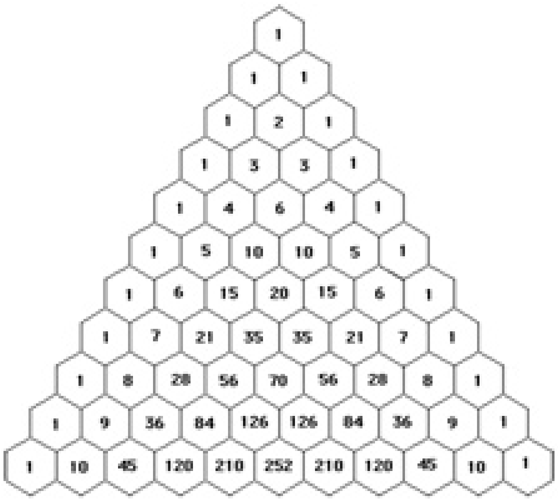
$$1 \times 9 + 2 = 11$$
$$12 \times 9 + 3 = 111$$
$$123 \times 9 + 4 = 1111$$
$$1234 \times 9 + 5 = 11111$$
$$12345 \times 9 + 6 = 111111$$
$$123456 \times 9 + 7 = 1111111$$
$$1234567 \times 9 + 8 = 11111111$$
$$12345678 \times 9 + 9 = 111111111$$
$$123456789 \times 9 + 10 = 1111111111$$

$$9 \times 9 + 7 = 88$$
$$98 \times 9 + 6 = 888$$
$$987 \times 9 + 5 = 8888$$
$$9876 \times 9 + 4 = 88888$$
$$98765 \times 9 + 3 = 888888$$
$$987654 \times 9 + 2 = 8888888$$
$$9876543 \times 9 + 1 = 88888888$$
$$98765432 \times 9 + 0 = 888888888$$

$$1 \times 1 = 1$$
$$11 \times 11 = 121$$
$$111 \times 111 = 12321$$
$$1111 \times 1111 = 1234321$$
$$11111 \times 11111 = 123454321$$
$$111111 \times 111111 = 12345654321$$
$$1111111 \times 1111111 = 1234567654321$$
$$11111111 \times 11111111 = 123456787654321$$
$$111111111 \times 111111111 = 12345678987654321$$

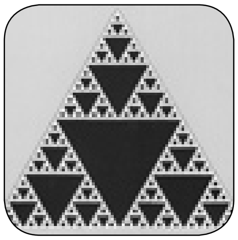
عند تعريض الطالب لمثل هذه النماذج ودعوته للتأمل في أنماطها التي تثير الدهشة والتعجب، وحثه على البحث واستكشاف نماذج أخرى، ضمن نشاطات في قلب المحتوى الرياضي وعلى هامشه، فإننا نغرس فيه حساً تذوقياً جمالياً، وأيضاً داعياً للتفكير من خلال اكتشاف النمط ومحاولة تفسير السبب الرياضي الذي يكمن وراء سحر هذه الأرقام.

ومن النماذج الأخرى الحيوية على جمالية الأرقام مثلث باسكال الشهير، الذي يجمع بين الرياضيات والجمال، فهو يتقاطع مع الأنماط والاحتمالات ونظرية ذات الحدين وغيرها. سمي مثلث باسكال نسبة إلى بليز باسكال 1962-1923، يبدأ المثلث بالعدد 1 في السطر الأول، ثم 1 1 في السطر الثاني، وثم نضع العدد 1 على طرفي كل سطر من الأسطر التي تلي، وتكون الأعداد في الأسطر التالية ناتجة من مجموع الأعداد التي فوقها على اليمين واليسار، لاحظ الشكل العلوي المجاور.



إن الأنماط الموجودة في هذا المثلث كثيرة ومفيدة، وممتعة في الوقت نفسه، وتحمل معها الكثير من الرياضيات، كما أنها ترتبط ارتباطاً وثيقاً بالجمال والتذوق والفن، فمن سحر الأرقام بأنماطها الغنية، إلى جمالها الهندسي، إلى جوانب فنية من خلال اللعب بالألوان، والأشكال التالية تفسر ذلك، لنتأمل:

أنماط عددية



أشكال هندسية

قطع فنية

الشكل الأخير عبارة عن قطعة من النسيج تدعى تصميم ميتشل (Mitchell's design)، لم تأت الألوان فيها بشكل اعتباطي، بل قرر مصمم هذا الشكل اختيار الألوان تبعاً للأعداد، فمثلاً لوّن كل عدد أولي بلون معين، فلون الأعداد 2، 3، 5، 7 بالألوان الأحمر، والأصفر، والأزرق، والأخضر على الترتيب، ثم لون الأعداد غير

الأولية بألوان الأعداد التي تكونها، فمثلاً لون العدد 6 باللونين الأحمر والأصفر لأن $6=2\times3$، أما العدد $4=2^2$ فقد عبر عنه باللون الأحمر وفيه مربع صغير، والأعداد المربعة الكبيرة قام بتلوينها بألوان عواملها بأنماط معينة، فمثلاً العدد $126=2\times3^2\times7$، فقد تم تلوينه بجزأين أصفر وجزء أحمر وجزء أخضر.[4]

المستوى الثاني :

مسارات بين الفن والرياضيات

سأحاول من خلال العرض القادم إبراز التقاطعات بين الفنون والرياضيات من خلال تصنيفها ضمن أبعاد عدة، مع محاولة تضمين ما أمكن منها بتطبيقات عملية يمكن الإفادة منها داخل غرفة الصف.

المسار الأول: في مجال الموسيقى

تزايدت الدعوات لضرورة دمج الأغاني في الرياضيات، حيث أشار الأدب التربوي إلى أن تعليم الموسيقى يطور من قدرة الطالب على تمييز الأنماط، وأن الطالب ذا الخلفية الموسيقية تكون لديه المهارات الرياضية أقوى. إن استعمال الموسيقى خلال المنهاج من شأنه أن يولد جواً به نوع من التحرر من الضغط والتوتر، كما من شأنه تشجيع الاستكشاف والمتعة في التعلم، والسماح للطالب أن يكون مشاركاً نشطاً وليس فقط متلق ومشاهد. ويشير الأدب التربوي إلى أن الموسيقى تساعد على تنميةً مهارات التفسير لدى الطالب، ومهارات التفكير خاصةً فيما يتعلق بالتعرف على الأنماط، لأن الطالب يقوم بتحليل النمط لمعرفة القاعدة، ويفسر القاعدة بالكلمات، ويتنبأ ماذا سيأتي لاحقاً حسب النمط، فالنمط هو ترتيب لعناصر تتكرر وفقاً لقاعدة معينة (Johnson & Edelson, 2003).

وأشار بيرجوف (Bergho , 1998) إلى أن الناس ولّدوا أنظمة مختلفة من الإشارات لبناء المعاني والتعبير عنها، الأمر الذي يزيد من قدرتنا على التعبير عما نعرفه بطرق عدة. إن اللغة والموسيقى والفن هي أمثلة من أنظمة التواصل، وباستطاعتنا استعمال الإشارات والرموز في الموسيقى والرياضيات لمساعدة الطلاب على استكشاف تلك الترابطات الإنسانية المرمزة.

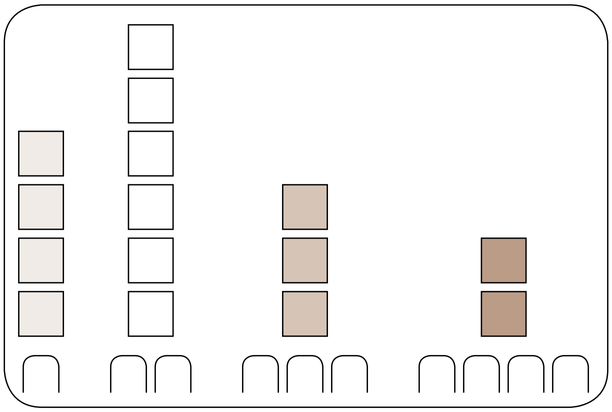
تطبيقات عملية

■ **أنماط الأسماء:**

يمكن تقطيع كل اسم إلى مقاطع عدة، فبعض الأسماء تتكون من مقطع واحد مثل "رام"، و"جود" والبعض من مقطعين مثل "سامر" (سا-مر) و "تالة" (تا-لة)، وأخرى من ثلاثة مقاطع مثل "ديانا" (د-يا-نا) و"فاطمة" (فا-ط-مة).... استعمل الطبلة أو Drum، لإحداث ضربة واحدة للاسم المتكون من مقطع واحد وضربتين للاسم المتكون من مقطعين، وهكذا. اطلب من الطلاب أن يقسموا أنفسهم في مجموعات: مجموعة المقطع، المقطعين، ثلاثة مقاطع ... افحص صحة تقسيماتهم.

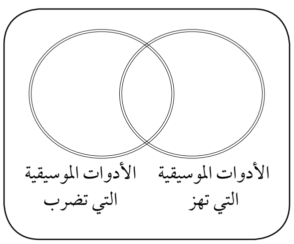
- اطرق طرقة واحدة ليأتي الطلاب الذين يتكون اسمهم من مقطع واحد ويستلموا بطاقة عليها رمز للمقطع الواحد، كرر العملية للمقطعين والثلاثة ... وهكذا.
- اطلب من الطلاب أن يلصق كل منهم بطاقته في العمود المناسب.
- ناقش مع الطلبة ملاحظاتهم حول مقاطع أسمائهم.

نلاحظ أن هذا النشاط يتناول التمثيل بالأعمدة كموضوع رياضي، مع استعمال فكرة المقاطع كسياق لهذا المحتوى. إن تمييز المقاطع في الكلمات يعتبر أمراً حيوياً في المجال الموسيقي وتذوق الألحان، وبالتالي نستفيد من هذا النشاط إكساب الطالب مهارة رياضية وتذوق موسيقي فني في آن واحد.



■ **التصنيف:**

وزع أدوات موسيقية مختلفة على الطلاب واطلب منهم أن يصنفوا أنفسهم ضمن ثلاث مجموعات حسب الصوت الذي تصدره آلتهم الموسيقية: عن طريق الهز، أو عن طريق الضرب، أو النوعين معاً، وبعد أن يصنف الطلاب آلاتهم، يتم عرضها عن طريق أشكال فن.



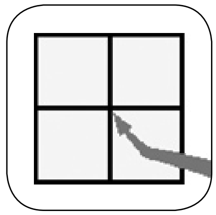
من خلال هذا النشاط يتعلم الطالب معارف رياضية متعلقة بالمجموعات والعمليات عليها، والتمثيل بأشكال فن، وفي الوقت نفسه يوسع

الطالب معرفته في الآلات الموسيقية بأنواعها المختلفة، الأمر الذي يربط الموسيقى بالمحتوى الرياضي.

المسار الثاني: في مجال الهندسة

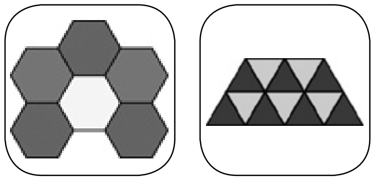
التبليط

يتناول المنهاج المدرسي موضوع التبليط، ولكن دون إبراز البعد الجمالي بالصورة الكافية، في الوقت الذي يتمتع هذا الجانب من تقاطع بارز بين الرياضيات والفنون، وتوظيف جيد للنمط البصري من خلال عرض النماذج المتنوعة، والنمط الحسحركي من خلال القيام بتصميم هذه النماذج بالرسم أو القص واللصق.

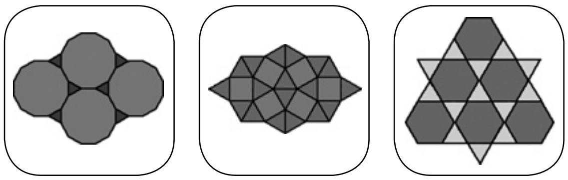


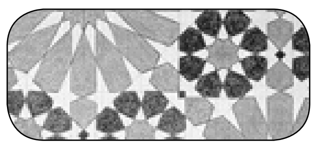
يمكن توضيح التبليط على أنه تعبئة المستوى بشكل غير منتهٍ بأشكال مغلقة، دون ترك فراغات ودونٍ تقاطعات، وبحيث تكون البؤرة (Vertex) وهي مكان تجمع الزوايا واحدة.

يوجد نوعان من التبليط: تبليط منتظم، وفيه يستعمل نوع واحد من المضلعات المنتظمة كالمربعات، ويمكن الحكم عليه من خلال معرفة زوايا المضلع، وإذا كانت تقسم 360 دون باقٍ.

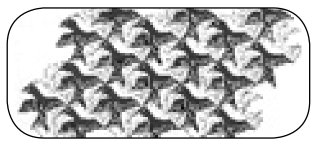


والتبليط شبه المنتظم الذي يستعمل نوعين من المضلعات.





ويعتبر قصر الحمراء في غرناطة في الأندلس من أبرز وأغنى المصادر لمشاهدة البعد الجمالي في التبليط، الذي ألهم الكثيرين أمثال (Escher) في إنتاج الزخارف المميزة.



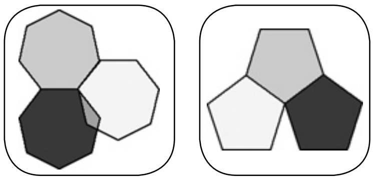
توصل الفنانون إلى أنه لا يمكن الحصول على تبليط منتظم إلا من خلال المربع والمثلث والسداسي المنتظم، وقد اعتمد (Escher) على ما يسميه الرياضيون بالتحويلات الهندسية من انسحاب ودوران وانعكاس في صنع زخارف مختلفة بالتبليط، كما أنه عدل في الأنماط التي حصل عليها من خلال بعض التحويلات في الأشكال الهندسية للحصول على أشكال للحيوانات والطيور (انظر الشكل).[5]

كيف يمكن توظيف موضوع التبليط داخل غرفة الصف؟

إن مجرد مشاهدة نماذج جاهزة من التبليط المنتظم أو شبه المنتظم، يبعث نوعاً من تذوق الجمالية في نفس الطالب، كما يمكن أن نطلب من الطالب بأن يقوم بصنع نماذج بنفسه من التبليط مستخدماً الرسم أو القص واللصق، ومتلاعباً بالألوان وتناسقها لإنتاج قطع زخرفية جميلة، ويجب أن لا نهمل الجانب الرياضي في الموضوع، وشروط أن يكون الشكل تبليطاً أم لا.

مثال:

- هل الأشكال التالية يمكن أن تعتبر تبليطاً، لماذا؟



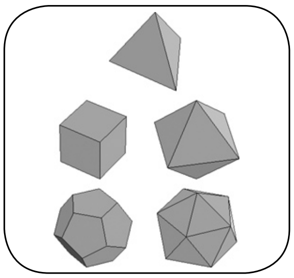
- لماذا لا يعتبر الشكل التالي تبليطاً؟

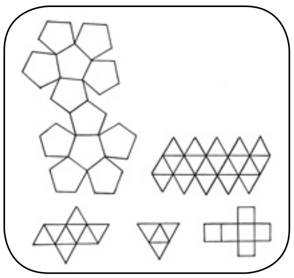
الهندسة الفراغية - المجسمات متعددة الوجوه

يتناول موضوع المنهاج المدرسي المجسمات بشكل حلزوني وشبه متواصل من الصف الأول الأساسي وحتى الصفوف العليا، يتم من خلاله تنمية الحس الفراغي والقدرات المكانية عند الطالب، حيث يتم تناول المكعب، ومتوازي المستطيلات، والمنشور، والهرم والأسطوانة، والكرة والمخروط ....

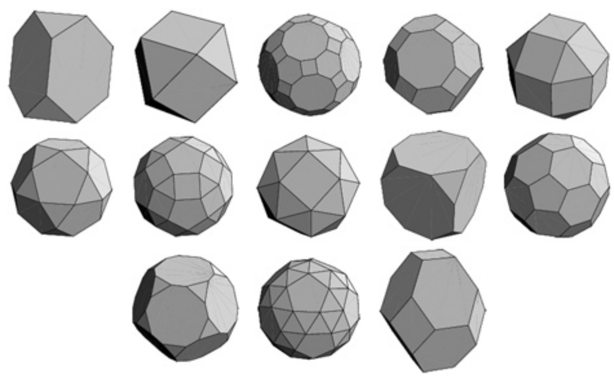
إن المجسمات لا تقتصر على تلك المجسمات المألوفة التي يتناولها الطالب، بل تظهر إبداعات فنية في مجسمات أخرى أكثر تعقيداً، ولكنها تظهر جمالية المجسمات، والإبداع الفراغي.

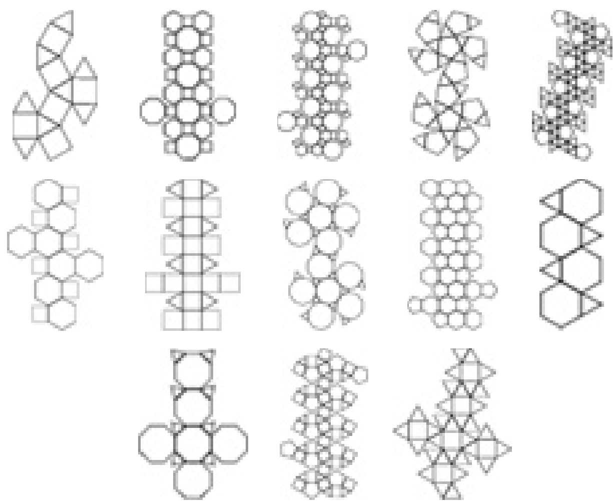
قدم أفلاطون 5 مجسمات متعددة الوجوه، سميت المجسمات الأفلاطونية (المجسمات وشبكاتها في الشكل التالي).





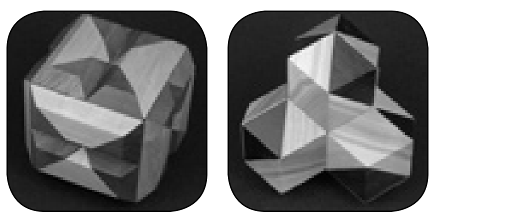
كما قدم أرخميدس 13 مجسماً (وتظهر المجسمات وشبكاتها في الشكل التالي).



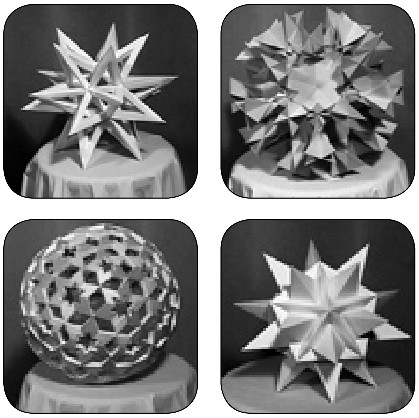


ألهمت المجسمات المتعددة الوجوه (polyhedra) الكثير من الفنانين أمثال (Escher) الذي جعلهم موضوعاً لكثير من أعماله، واعتمد (Escher) على المجسمات الأفلاطونية الخمسة، حيث قام بقطع المجسمات وجعلها شفافة، كما قام باستبدال وجوه المجسمات الأفلاطونية بأهرامات، فتولدت لديه مجسمات بأشكال جديدة ومتنوعة.

قام العديد من الرياضيين والفنانين باستيحاء الأفكار من المجسمات عديدة الوجوه أمثال كوفين (Coffin) الذي قام بتصميم العديد من أحجيات التركيب (puzzles) المتعلقة بالمجسمات الثلاثية الأبعاد.



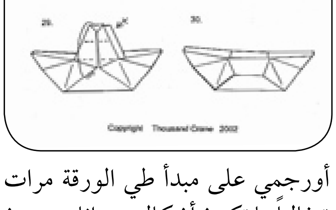
وقد جرت العادة أن تعرض المجسمات المتنوعة ذات المسحات الفنية والإبداعية في المؤتمرات والمعارض اللقاءات والأماكن المتعلقة بالرياضيات. إن النماذج التي قام بها الرياضيون والفنانون في هذا المجال عديدة جديدة، وهي تبرز بقوة ذلك الجانب الفني في القضايا الفراغية الرياضية، ومن بعضها:



والسؤال الذي يطرح نفسه الآن كيف يمكن أن نوظف هذا الجانب من الرياضيات في السياق المدرسي؟

يمكن تصميم أنشطة للطلبة هدفها تحديد الشكل الانفرادي لكل من المجسمات الأفلاطونية الخمسة والأرخميديسية الثلاثة عشر، كما يمكن أن نوظف الطالب في مهمة للبحث عن هذا الموضوع (المجسمات عديدة الوجوه)، الأمر الذي يزيد من ثقافة الطالب في هذا الموضوع، ويلعب دوراً نشطاً في بناء التقاطعات بين الرياضيات والفنون، وتذوق القضايا الجمالية في الموضوع الرياضي بنفسه. ويمكن أن تظهر إبداعات الطلبة في القيام بصنع المجسمات بأنفسهم بمساعدة وإرشاد من المعلم؛ سواء من الكرتون أو العيدان أو الأخشاب، كما يمكن استعمال أحجيات التركيب المتنوعة التي تتعلق بالمجسمات ثلاثية الأبعاد على اختلافها.

هندسة أروجمي:



هندسة أورجمي يابانية، وكلمة أوروجمي (origami) تفسر في اليابانية على النحو التالي: oru تعني طي، وkami تعني الورق، جاءت طريقة طي الورق لليابان خلال القرن السادس من الصين، وقد كان سعر الورق المرتفع يقصر طي الورق فقط خلال الطقوس الاحتفالية. وقد كانت أكثر الأشكال الأساسية عند اليابان هو الغرنوق الذي يجلب الحظ حسب ثقافتهم، وتقوم هندسة أورجمي على مبدأ طي الورقة مرات عدة للحصول على أشكال معقدة غالباً ما تكون أشكال حيوانات بدون قص أو لصق. وقد انتشرت هذه الهندسة إلى معظم أنحاء العالم.


وهناك نوع أحدث من هذه الهندسة يؤدي في نهاية الطي إلى مجسمات متعددة الوجوه

كيف ترتبط هندسة أورجمي بالرياضيات؟

عندما ننظر إلى نموذج مطوي على طريقة أورجمي، فإننا ننظر إلى قطعة هندسية وفنية في الوقت نفسه، وإذا قمنا بفك الورقة سنرى أنماطاً معقدة من الأشكال الهندسية حتى لو كان الشكل الناتج عن الطي بسيطاً، نضف إلى ذلك نظرية تدعى "نظرية كاواسكي" (Kawaski's Theorem) التي تفيد أنه إذا عيّنا رأساً (vertex) لأي من الأشكال الناتجة عن الطي وأخذنا الزوايا المحيطة بالرأس المحددة بخطوط الطي (أ_1، أ_2، أ_3، أ_4، . . . $\text{أ}_{\text{2ن}}$)

فإن $\text{أ}_1 + \text{أ}_3 + \text{أ}_5 + \ldots + \text{أ}_{\text{2ن-2}} = 180^\circ$ و $\text{أ}_2 + \text{أ}_4 + \text{أ}_6 + \ldots + \text{أ}_{\text{2ن}} = 180^\circ$

من جهة أخرى، قدم إقليدس قبل حوالي أكثر من 2000 عام طريقة تثليث الزاوية ومضاعفة المكعب من خلال حافة مستقيمة (ليست مدرجة) وفرجار، والآن بإمكاننا باستخدام طريقة أورجمي القيام بتثليث الزاوية ومضاعفة المكعب، حيث طور رياضي يدعي هومياكي هوزيتا (Humiaki Huzita) 6 مسلمات، ثم أضاف إليها السابعة، لتخدم هذا الموضوع.

هناك أيضاً تقاطعات بين أورجمي والتبولوجي، وهو نوع من الهندسات التي تختلف كلياً عن الهندسة الإقليدية، ففي التبولوجي لا توجد فروق (توبولوجية) بين الدائرة والمربع أو المثلث على سبيل المثال، وبشكل عام لا يتغير الشكل المغلق إذا تم مده أو تغيير شكله طالما لم نحدث فيه فتحة. هناك نظرية تفيد أنه عند تلوين شكل أورجمي بحيث لا يكون لمساحتين متجاورتين (يفصلهما الخط الناتج عن الطي) اللون نفسه، فإننا نحتاج فقط إلى لونين.

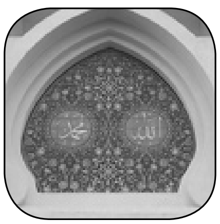
إن الأورجمي من شأنها أن تنمي الحس الفراغي عند الفرد من خلال الفحص والتحويل والتطبيق والتمثيل والبرهنة والتواصل (Silverman & Manzano, 1996)، حيث أنها تزرع بذور التفكير الهندسي، حيث يدخل المتعلم في بيئة محفزة وشيقة يمارس من خلالها خبرات هندسية ويوسعها، ويقوي تصوره الفراغي. إن هندسة أورجمي تعطي أفقاً للإبداع وتدعو للعب وحل المشكلات وطرحها أيضاً.

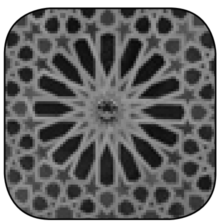
من هنا يمكن لنا في سياق تعليم الرياضيات أن نوفر فرصاً للطالب للإطلاع على هذا النوع من الأنشطة والقيام بنفسه بمحاولة صنع نماذج من خلال طي الورق تبعاً لتعليمات معطاة، وبالتالي نمرر الطالب بخبرات غنية فراغياً وفنياً.

المسار الثالث: الفن الإسلامي والرياضيات

كما ذكرنا سابقاً، تتقاطع الفنون بأشكال عدة مع الهندسة بأنواعها المختلفة، ويبرز هذا التقاطع بشكل أبرز في الفن الإسلامي، الذي يقوم بشكل رئيسي على أساس هندسي، ويظهر ذلك جلياً على جدران المساجد وسقوفها، والسجاد، والأواني المصنوعة في العصر الإسلامي، وفيما يلي نماذج من الزخارف الهندسية التي تتبع للفن الإسلامي.







يتميز الفن الإسلامي بالزخارف والتصاميم المتكررة التي تكون أحياناً بسيطة، ولكن عند تكرارها تصبح معقدة كالأرابيسك. تعتمد الزخارف الإسلامية بشكل كبير على الدائرة، ويعد الفن الإسلامي أسلوباً مصوراً لمبادئ وأساسيات الدين، فعلى سبيل المثال دلت الزخارف المتكررة بصورة غير منتهية إلى الحرية والتطور من جهة، وإلى القوانين الإلهية الثابتة التي بلغنا إياها سيدنا محمد عليه الصلاة والسلام من جهة أخرى.[6]

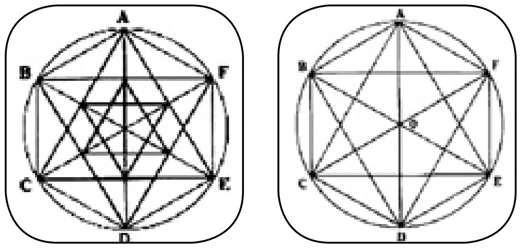
ركز الفن الإسلامي على الزخارف بشكل أكبر من غيره من الثقافات والديانات نظراً لتحريم رسم الوجوه البشرية، كما جاء التركيز على الدوائر منسجماً مع مبدأ الوحدة والتجريد والتناغم مع الطبيعة التي عززها الإسلام، كما أن الدائرة تعبر عن العدالة (لم تتخذ اتجاهاً معيناً)، والدائرة ومركزها ترمز على الكعبة التي هي مركز الإسلام، والتي يتجه جميع المسلمين نحوها في قبلتهم للصلاة، نضيف إلى ذلك أن الدائرة تمثل الأزلية (لا بداية ولا نهاية لها)، كما أن الدائرة هي أم المضلعات الأخرى، فمن الدائرة يأتي المثلث والمربع والسداسي، حيث يرمز المثلث إلى الوعي البشري ومبدأ التناغم، كما يرمز المربع إلى الخبرات في العالم المادي والمحسوس، أما السداسي فيرمز إلى الجنة.[7]

أيضاً برز من ضمن الزخارف الإسلامية النجمة سواء ذات الرؤوس الست أو الثماني أو العشر أو الاثنتي عشرة أو الست عشرة، وجميعها تنشأ داخل الدائرة، ومركزها هو مركز الدائرة، ورؤوسها تقع على محيط الدائرة. وتنتشر خطوط الدائرة في الاتجاهات كافة، الأمر الذي يرمز إلى انتشار الإسلام.

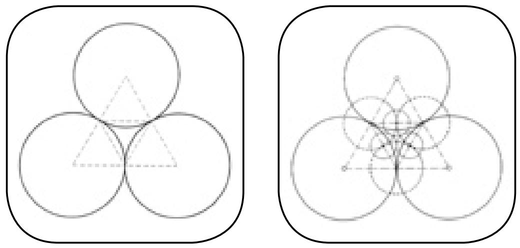
تذكر النجمة الشائعة في الفن الإسلامي بشبكة العنكبوت التي نصبها العنكبوت عندما اختبأ النبي محمد عليه الصلاة والسلام وأبو بكر الصديق رضي الله عنه في غار ثور من مشركي قريش، وقد ظن المشركون أن الغار مهجور، وبذلك نجا الرسول الكريم.

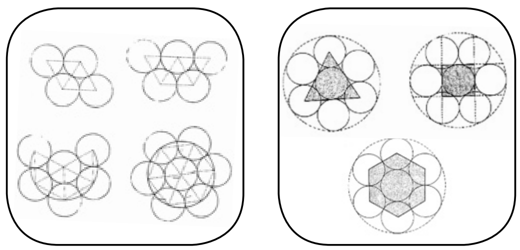
كيف نستفيد من الفن الإسلامي في السياق الرياضي المدرسي؟

إضافة إلى توسيع مدارك الطالب بهذا الجانب من التقاطع بين الهندسة والفن وإثرائه بالمعلومات المتشعبة تحت هذا المحور، الذي يمكن للطالب أن يلعب دوراً نشطاً في جمع المعلومات المتعلقة به، يمكننا أيضاً أن نوظف الطالب في صنع الزخارف الهندسية كالنجمة، على اختلاف عدد رؤوسها وما إلى ذلك من الزخارف.



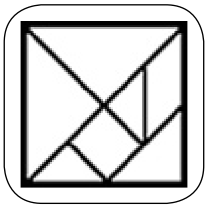
فمثلاً يمكن توضيح كيفية الحصول على مثل هذا النوع من الزخارف من خلال سلسة من الخطوات باستخدام المسطرة والفرجار، إضافةً إلى ترك المجال أمام الطالب لإبداع الجديد من الزخارف على الطراز الإسلامي.



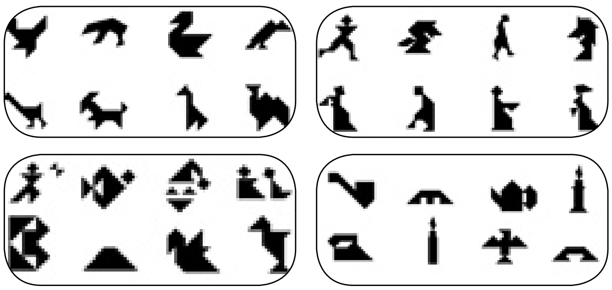


المسار الرابع: الألعاب التركيبية (puzzles) .. التانغرام (tangram) مثالاً

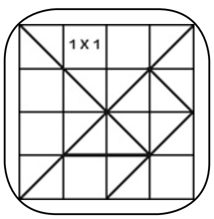
في المراحل الأولى في تعليم الرياضيات (تقريباً في الصفوف من 1-6)، وضمن دمج اللعب في تعليم الرياضيات، غالباً ما يتم إدخال الألعاب التركيبية في صقل المهارات وتنميتها عند الصف، وتكون فكرة هذه الألعاب متمثلة في حل تمارين رياضية بسيطة كالجمع، والضرب، وغيرها من العمليات. وفي النهاية، عند تركيب القطع يحصل الطالب على صورة معينة، إن مثل هذا الدمج يربط ما بين الرياضيات والجوانب الجمالية التي نضعها في هذا السياق ضمن خانة الفنون، والتي من شأنها أن تولد عند الطالب حباً للرياضيات من خلال هذا الربط.



ومن إحدى اللعب التركيبية المشهورة التانغرام، التي ترتبط بالموضوع الهندسي. وتعتبر التانغرام لعبة صينية قديمة يعود تاريخ منشئها إلى ما قبل العام 1813، وتتكون لعبة التركيب هذه من 7 قطع هندسية يمكن تركيبها بطرق مختلفة لتنتج أشكالاً مختلفة، انظر الشكل المجاور. وقد انتقلت هذه اللعبة في القرن التاسع عشر إلى أوروبا وأمريكا، إثر الانفتاح التجاري بين الصين وأوروبا وأمريكا.



وتعتبر هذه اللعبة من أشهر اللعب التركيبية التي تستحث التفكير، وتنمي الحس الهندسي، وتضفي جوانب جمالية للهندسة، إذ يمكن من خلال أشكال هندسية بسيطة صنع أشكال متنوعة، ما يفسح المجال أمام الشخص الممارس لهذه اللعبة للإبداع.



يمكن شراء هذه اللعبة، كما يمكن صنعها، وذلك برسمها على كرتون وقصها (انظر الشكل المجاور)، كما تستعمل لعبة التانغرام من المراحل الدنيا فما فوق، بحيث تتدرج صعوبة الأشكال المراد صنعها من هذه القطع الهندسية السبع.

كلمة أخيرة

قد نربط الرياضيات دوماً بالأرقام والرموز والنظريات والمجردات، وقد نربط الفن بالجمال والروحانية والتذوق، ولكن علينا ألا نتجاهل تلك الممرات الخفية التي توصلنا من التجريد إلى الجمال، ومن التناسق إلى المعرفة. وعلى المعلم أن يعي هذا، وأن يستبصر تلك الممرات ومساحات التشابك، ليضفي نوعاً من الجمالية والتذوق والمتعة على تعليم الرياضيات.

ليانا جابر – مركز القطان

الهوامش

[1] http://maaber.org/issue_february05/epistemology1.htm
[2] http://www.mcs.surrey.ac.uk/Personal/R.Knott/Fibonacci/fibnat.html
[3] http://maaber.org/issue_february05/epistemology1.htm
[4] http://curvebank.calstatela.edu/ptriangle/ptriangle.htm
[5] http://www.mathacademy.com/pr/minitext/escher/
[6] http://www.salaam.co.uk/themeofthemonth/march02_index.php?l=3
[7] http://www.dartmouth.edu/~matc/math5.pattern/lesson5A&M.connection.html

المراجع

- Berghoff, B. "Multiple Sign Systems and Reading." *Reading Teacher* 51 (March 1998): 520-24.
- Johnson, G. & Edelson, R. "Integrating Music and Mathematics in the Elementary Classroom". *Teaching Children Mathematics*. V5, No.8 (April 2003): 474-497.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, Va.: NCTM, 2000.
- Posamentier, A., Math Wonders to Inspire Teachers and Students. Association for Supervision and Curriculum Development, Alexandria, Virginia USA, 2003
- Silverman, F., & Manzano, N. "Origami: In Creasing Geometry in the Classroom". Paper presented at the *Colorado Council of Teachers of Mathematics 1996 Annual Conference*.(October, 1991).
- http://curvebank.calstatela.edu/ptriangle/ptriangle.htm
- http://www.dartmouth.edu/~matc/math5.pattern/lesson5A&M.connection.html
- http://maaber.org/issue_february05/epistemology1.htm
- http://www.mathacademy.com/pr/minitext/escher/
- http://www.mcs.surrey.ac.uk/Personal/R.Knott/Fibonacci/fibnat.html
- http://www.salaam.co.uk/themeofthemonth/march02_index.php?l=3

من مساق " الدراما والكتابة والقص " .